1 Position, vitesse, accélération

1.1 Position

Un point P est repéré sur un axe Ox par sa position

$$\vec{r}(t) = \overrightarrow{OP}(t) = x(t)\vec{u}_x$$

- l'axe Ox est orienté par le vecteur unitaire $\vec{u}_x$.
- la grandeur $x(t)$ désigne la coordonnée du point P sur l'axe Ox.

1.2 Vitesse

On définit la vitesse du point P par la grandeur

$$\vec{v} = \overset{\circ}{\vec{r}}$$

On a alors bien entendu

$$\vec{v} = \overset{\circ}{x}\ \vec{u}_x$$

1.3 Accélération

On définit l'accélération du point P par la grandeur

$$\vec{a} = \overset{\circ}{\vec{v}}$$

On a alors bien entendu

$$\vec{a} = \overset{\circ\circ}{x}\ \vec{u}_x$$

2 Rappels

2.1 Le ressort

1. Rappeler les deux caractéristiques d'un ressort et les forces mises en jeu entre les deux extrémités d'un ressort de masse nulle.
2. Un ressort sans masse est-il un système physique ? Un ressort sans masse est-il un système matériel ?
3. Que dire d'un ressort dont on prend en compte la masse de l'enroulement métallique ?
4. Quelle approximation ferons-nous systématiquement lorsque nous utiliserons un ressort ?

2.2 Les trois lois de Newton

Rappeler les trois lois de Newton.

2.3 Le champ de pesanteur $\vec{g}$

Rappeler l'expression de la force de pesanteur appliquée sur une masse m par le champ gravitationnel terrestre noté $\vec{g}$. Faire un schéma. Valeur numérique ?

2.4 Exercice

On suspend au plafond un ressort $(k,\, l_0)$ et l'on accroche une masse m à son extrémité libre. Nous sommes alors en présence du champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{u}_z$ où $g > 0$.

1. Faire un schéma de l'expérience et noter $z(t)$ "l'abscisse vertical" de la masse m.
2. Déterminer la position d'équilibre z_e de la masse m.
3. Définir l'écart à la position d'équilibre $Z(t)$ de la masse m.
4. Déterminer une équation vérifiée par $Z(t)$.
5. En déduire l'expression de $z(t)$ en fonction des conditions initiales z_0 et $\overset{\circ}{z}_0$.
6. Reprendre l'exercice en orientant l'axe Oz vers le haut.

3 Aspect énergétique

3.1 Energie potentielle harmonique

On appelle énergie potentielle harmonique une énergie potentielle du type

$$Ep(u(t)) = \frac{1}{2}ku^2(t)$$

où $u(t)$ désigne l'écart à la position d'équilibre. On a alors $Ep(u = 0) = 0$. La référence de l'énergie potentielle est prise nulle sur la position d'équilibre.

3.2 Energie cinétique

On appelle énergie cinétique la grandeur

$$Ec = \frac{1}{2}m\vec{v}^2$$

3.3 Energie mécanique

On appelle énergie mécanique la grandeur E définie par

$$E = Ec + Ep$$

3.4 Exercice

1. Montrer que dans le cadre d'une masse m accrochée à un ressort $(k,\, l_0)$, l'énergie mécanique E de la masse m est une constante indépendante du temps.
2. Retrouver alors l'équation de l'oscillateur harmonique.
3. La masse m est sur sa position d'équilibre, on lui donne une "pichenette" pour la lancer à la vitesse initiale v_0. Déterminer son équation $x(t)$. Exprimer E en fonction des conditions initiales imposées.

1 Référentiel

1.1 Cadre spatio-temporel

Le cadre spatio-temporel est celui de la mécanique non-relativiste. Nous postulerons donc l'existence d'une horloge unique pour tous les observateurs ainsi que celle d'un espace euclidien à trois dimensions dans lequel nous étudierons le déplacement de systèmes matériels.

1.2 Référentiel d'étude du mouvement

Un référentiel d'étude du mouvement est un solide auquel on attache trois axes (Ox, Oy, Oz) systématiquement orientés dans le sens direct (règle des trois doigts de la main droite) muni d'une horloge fournissant des instants t.

1.3 Base de projection

Pour projeter un vecteur, on utilise une base de projection. En ce qui nous concerne, ce sera toujours un trièdre orthonormé direct, noté par exemple $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Ce trièdre vérifie bien entendu la règle des trois doigts de la main droite (pouce, index, majeur).

2 Grandeurs cinématiques

2.1 Position

Pour repérer un point matériel, on utilise un référentiel d'étude du mouvement noté $\mathcal{R}$ et doter d'une origine O permettant de repérer le point mobile P à l'aide du vecteur

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP}$$

2.2 Vecteur déplacement infinitésimal

Définir le vecteur déplacement infinitésimal entre les dates t et $t + dt$ où dt est une durée infinitésimale. Faire un schéma.

2.3 Vitesse

On définit la vitesse d'un point matériel P par la grandeur

$$\vec{v}(P/\mathcal{R}) = \left(\frac{d\overrightarrow{OP}}{dt}\right)_{\mathcal{R}}$$

- La vitesse est un vecteur et non un scalaire.
- De manière plus succinte $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

2.4 Accélération

On définit l'accélération d'un point matériel P par la grandeur

$$\vec{a}(P/\mathcal{R}) = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OP}}{dt^2}\right)_{\mathcal{R}}$$

De même, $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$

3 Coordonnées cartésiennes

3.1 Vecteur position

En projection sur le trièdre orthonormé direct $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au référentiel $\mathcal{R} = (\mathcal{O}\S\dagger\ddagger, \sqcup)$, le vecteur position $\vec{r}$ s'écrit

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

3.2 Vecteur déplacement infinitésimal

Définir le vecteur déplacement infinitésimal entre les dates t et $t+dt$ où dt est une durée infinitésimale et donner son expression en coordonnées cartésiennes.

3.3 Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

3.4 Vecteur accélération

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

4 Coordonnées cylindro-polaires

4.1 Coordonnées polaires

Dans le plan (Oxy), on repère un point P par la distance

$$r = OP = ||\overrightarrow{OP}||$$

et par l'angle

$$\theta = angle(Ox, \overrightarrow{OP})$$

On a alors compte tenu des notations

$$\overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} = r\cos\theta\vec{i} + r\sin\theta\vec{j}$$

Faire un schéma, en plaçant le sens trigonométrique pour l'orientation des angles, tous les angles sont algébriques.

4.2 Base locale associée

On définit en chaque point P du plan (Oxy) de coordonnées polaires (r, θ) une base locale définit par

$$\vec{u}_r = \frac{\overrightarrow{OP}}{||\overrightarrow{OP}||}$$

$$\vec{u}_\theta = \frac{d\vec{u}_r}{d\theta}$$

Faire un schéma et montrer les deux relations suivantes

$$\vec{u}_r = \cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}$$

$$\vec{u}_\theta = \vec{u}_r(\theta + \frac{\pi}{2})$$

Noter que $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ dépendent de θ mais ne dépendent pas de r.

4.3 Coordonnées cylindro-polaires

Dans l'espace $(Oxyz)$, on repère un point P par son altitude z sur l'axe Oz et par les coordonnées polaires (r, θ) de sa projection perpendiculaire H dans le plan (Oxy). On a alors

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OH} + z\vec{u}_z$$

soit

$$\boxed{\overrightarrow{OP} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z}$$

Faire un schéma.

4.4 Dérivée par rapport au temps

Montrer les deux relations suivantes

$$\boxed{\tfrac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta}$$

$$\boxed{\tfrac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r}$$

4.5 Vecteur déplacement infinitésimal

Définir le vecteur déplacement infinitésimal entre les dates t et $t+dt$ où dt est une durée infinitésimale et donner son expression en coordonnées cylindro-polaires.

4.6 Vitesse

Montrer la relation suivante

$$\boxed{\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z}$$

4.7 Accélération

Montrer la relation suivante

$$\boxed{\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{u}_z}$$

Démontrer que l'on peut également écrire

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + \frac{1}{r}\left(\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})\right)\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{u}_z$$

5 Produit scalaire et norme

5.1 Définitions

Dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{B}$ s'écrivent

$$\overrightarrow{A} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$$

$$\overrightarrow{B} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

Le produit scalaire de $\overrightarrow{A}$ par $\overrightarrow{B}$ s'écrit

$$\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B} = au + bv + cw$$

La norme du vecteur $\overrightarrow{A}$ notée $||\overrightarrow{A}||$ en mathématiques et plus simplement A en physique est définie par

$$A = \sqrt{\overrightarrow{A}.\overrightarrow{A}}$$

- Nous utiliserons également la notation en vecteur colonne des coordonnées.
- Le produit scalaire est un scalaire (un nombre réel en ce qui nous concerne) et non un vecteur.
- Le produit scalaire de deux vecteurs est nul si l'un au moins des deux vecteurs est nul ou si les deux vecteurs sont perpendiculaires entre eux.
- La norme d'un vecteur est une grandeur scalaire nécessairement positive ou nulle. Elle est nulle si et seulement si le vecteur est nulle.

5.2 Exercice

1. Déterminer la norme du vecteur position en coordonnées cartésiennes, cylindro-polaires puis sphériques.
2. Déterminer la norme du vecteur vitesse et le produit scalaire de la vitesse par l'accélération d'un point matériel en coordonnées cartésiennes puis en coordonnées cylindro-polaires. Les notations utilisées seront celles de cette leçon.
3. Qu'appelle-t-on mouvement de translation rectiligne uniforme d'un point matériel?
4. Qu'appelle-t-on mouvement de translation uniformément accéléré d'un point matériel?
5. Qu'appelle-t-on mouvement circulaire uniforme d'un point matériel? Donner l'expression de sa vitesse, de son accélération et du produit scalaire de ces deux grandeurs.
6. Qu'appelle-t-on mouvement circulaire uniformément accéléré d'un point matériel? Donner l'expression de son accélération, de sa vitesse et du produit scalaire de ces deux grandeurs.

6 Repère de Frenet

6.1 Introduction

Dans le cas d'une trajectoire plane et connue - par exemple une trajectoire parabolique ou en montagnes russes - nous allons définir un repère attaché à la trajectoire - on parle de base locale - appelé repère de Frenet et dont l'intérêt est fondamental pour deux raisons

- le premier vecteur de base noté $\vec{t}$ est tangent à la trajectoire
- le deuxième vecteur de base noté $\vec{n}$ est perpendiculaire à la trajectoire et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire. Evidemment, pour une trajectoire non circulaire, le centre de courbure se déplace au cours du temps. Il faudra d'ailleurs définir cette notion.

Faire une illustration

6.2 Définitions

Lorsque l'on connaît la trajectoire d'une particule ponctuelle dans un référentiel donné $\mathcal{R}$, on peut alors donner sa position par son vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ connu à chaque instant t. On appelle alors $s(t)$ l'abscisse curviligne du point M définit par les relations :

$$ds(t) = ||d\overrightarrow{OM}(t)||$$

$$s(t) = \int_{t=0}^{t} ds(t)$$

où l'on prend par convention $s(t = 0) = 0$.

1. Donner le sens physique de $s(t)$.

2. Définir un vecteur tangent unitaire noté $\vec{t}$ tangent en tout point à la trajectoire de la particule.
3. Donner la définition du vecteur normal unitaire $\vec{n}$ perpendiculaire à $\vec{t}$ et dirigé vers le centre de courbure C de la trajectoire.
4. Définir le rayon de courbure R de la trajectoire.
5. En déduire la position du centre de courbure C de la trajectoire.

6.3 Mouvement circulaire

1. Quelles sont les coordonnées les plus adaptées pour décrire un mouvement circulaire.
2. Définir dans ce système de coordonnées un mouvement circulaire uniforme de centre origine du repère et de rayon R à vitesse de rotation angulaire constante notée ω. Faire un schéma.
3. Déterminer dans la base locale définie précédemment la base de Frenet $(\vec{t}, \vec{n})$ associée au mouvement et le rayon de courbure R_c de la trajectoire.
4. Vérifier l'homogénéité et la pertinence des résultats obtenus.
5. Reprendre l'exercice pour un mouvement circulaire uniformément accéléré.

6.4 Mouvement hélicoïdal

1. Reprendre l'exercice précédent pour un mouvement hélicoïdal uniforme.
2. Définir le pas h de l'hélice et calculer son expression en fonction des données introduites nécessaires à la description du mouvement hélicoïdal.
3. Aspect numérique :
   - Montrer qu'en comparant numériquement le pas h de l'hélice au rayon R du cylindre de révolution qui porte l'hélice, on obtient deux trajectoires bien distinctes.
   - Que vaut alors le rayon de courbure R_c dans ces deux cas de figure.

---

1 Lois de Newton

1.1 Système fermé et isolé

Le point matériel (système nécessairement fermé) est dit isolé s'il n'est soumis à aucune action extérieure.

1.2 Référentiel galiléen

Par définition, un référentiel galiléen est un référentiel par rapport auquel un point matériel isolé est en translation rectiligne uniforme.

1.3 Prinipe d'inertie

Le principe d'inertie postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen. On l'appelle également première loi de Newton.

1.4 Résultante cinétique

Soit un point matériel P de masse m animé d'une vitesse $\vec{v}(P/\mathcal{R})$ dans le référentiel $\mathcal{R}$. Alors sa résultante cinétique vaut par définition

$$\vec{p}(P/\mathcal{R}) = m\vec{v}(P/\mathcal{R})$$

Nous l'appelerons également quantité de mouvement.

1.5 Théorème de la résultante cinétique

Dans un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen, un point matériel P, de masse m, de vitesse $\vec{v}$, de résultante cinétique $\vec{p} = m\vec{v}$ et soumis à la force $\vec{f}_{\to P}$ vérifie la relation

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}_{\to P}$$

1. Nous l'appelerons également TRC ou seconde loi de newton.
2. Exprimer cette relation en fonction de l'accélération du point P.
3. Retrouver la première loi de Newton à partir de la seconde.
4. Donner la dimension d'une force dans le système (masse, longueur, temps).

1.6 Principe des interactions réciproques

Soit deux particules de masse m_1 et m_2, notées 1 et 2 et de position M_1 et M_2. On note
$\vec{f}_{1\to 2}$ la force exercée par 1 sur 2.
$\vec{f}_{2\to 1}$ la force exercée par 2 sur 1.
alors le principe des interactions réciproques impose les deux conditions suivantes
Première condition

$$\vec{f}_{1\to 2} + \vec{f}_{2\to 1} = \vec{0}$$

Deuxième condition
le vecteur $\overrightarrow{M_1M_2}$ est colinéaire à (de même direction que) le vecteur $\vec{f}_{1\to 2}$

- Faire un schéma ne satisfaisant que la première condition à l'exclusion de la seconde puis un autre schéma satisfaisant aux deux conditions.
- On appelle PIR ou troisième loi de Newton l'ensemble de ces deux conditions.

2 Lois de force

2.1 Champ de pesanteur

Donner la force $\vec{f}$ subit par une particule de masse m plongée dans un champ de pesanteur $\vec{g}$. Schéma.

2.2 Champ électrique

Donner la force $\vec{f}$ subit par une particule de charge q plongée dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$. Schéma.

2.3 Ressort

Donner la force exercée par l'extrémité 1 d'un ressort, de longueur à vide l_0 et de raideur k, sur son autre extrémité 2 en fonction de la longueur x du ressort et du vecteur unitaire $\vec{u}_{1\to 2}$. Qu'appelle-t-on allongement du ressort? Schéma.

3 Champ uniforme

3.1 Champ de pesanteur uniforme

Soit un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ dans lequel règne un champ de pesanteur uniforme et indépendant du temps noté $\vec{g} = -g\vec{u}_z$. Soit P une particule de masse m et de vitesse $\vec{v}(t)$ placée en $t = 0$ à l'origine O du repère avec la vitesse $\vec{v}_0$.

1. Montrer les relations suivantes
$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$
$$\overrightarrow{OM}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$
2. Cas particulier d'une vitesse initiale nulle. Comment détermine-t-on alors aisément la profondeur d'un puits?
3. On note v_0 la norme du vecteur $\vec{v}_0$ et on note α l'angle que fait ce vecteur avec l'axe Oy. Faire un schéma.
4. Obtenir les équations paramétriques du mouvement.
$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = v_0 t\cos\alpha \\ z(t) = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$
5. Déterminer une équation de la trajectoire par élimination du temps et montrer que le mouvement est parabolique.
6. Qu'appelle-t- on la portée d'un canon? Pour quel angle α obtient-t-on une portée maximale?
7. Le sol est maintenant incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Que vaut alors l'angle de tir pour obtenir une portée maximale?

3.2 Champ électrique uniforme

Donner la position $\overrightarrow{OM}(t)$ d'une particule de charge q plongée dans un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E}$ avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ et initialement au point M_0.

4 Pendule

4.1 Pendule pesant

On considère une masse m suspendue à un fil de longueur l inextensible, le tout est plongé dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = g\vec{u}_z$. On lache la masse avec un angle θ_0 avec la verticale et une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0$.

1. Faire un schéma.
2. Déterminer l'équation différentielle qui régit le mouvement.
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$
3. Poser $\omega^2 = \frac{g}{l}$ et résoudre pour de faibles amplitudes.
$$\theta(t) = \theta_0\cos\omega t + \frac{\dot{\theta}_0}{\omega}\sin\omega$$

4. Que désigne ω? Déterminer la période T des oscillations.

5. On note $N(t)$ la norme de la tension $\overrightarrow{N}(t)$ du fil. Déterminer $N(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

$$N(t) = m(3g\cos\theta(t) + l\dot{\theta}_0^2 - 2g\cos\theta_0)$$

6. Quelle hypothèse sur θ a-t-on fait pour obtenir cette expression?

7. Déterminer l'angle maximal θ_{max} atteint par le pendule.

$$\theta_{max} = \arccos(1 - \frac{l\dot{\theta}_0^2}{2g})$$

8. Quelle vitesse v_0 faut-il donner à la particule pour effectuer un tour complet en partant de la position la plus basse.

$$v_0 = l\dot{\theta}_0 = 2\sqrt{gl}$$

9. Reprendre l'exercice avec une particule de masse m glissant sans frottement à l'intérieur d'une sphère de rayon R.

4.2 Esquimau sur son igloo

On considère une sphère de rayon R à l'extérieur de laquelle glisse sans frottement une particule P ponctuelle de masse m.

1. Faire un schéma.

2. On note $N(t)$ la norme de la réaction de la sphère sur la particule. Déterminer les équations différentielles qui régissent le mouvement.

$$\begin{cases} N = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2 \\ \ddot{\theta} - \frac{g}{R}\sin\theta = 0 \end{cases}$$

3. On suppose la particule lachée sans vitesse initiale au sommet de la sphère. Calculer l'angle d'envol θ_e.

$$\theta_e = \arccos\frac{2}{3}$$

5 Ressort

5.1 Particule reliée à un ressort horizontal

On relie un ressort (k, l_0) sur l'axe horizontal Ox d'un coté à l'origine O fixe et de l'autre à une particule de masse m repérée par l'abscisse x. Déterminer $x(t)$ pour des conditions initiales $(x_0, \dot{x}_0)$ données. On posera $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

$$x(t) = l_0 + (x_0 - l_0)\cos\omega t + \frac{\dot{x}_0}{\omega}\sin\omega t$$

5.2 Particule suspendue à un ressort vertical

Reprendre l'exercice précédent lorsque la masse m est suspendue à un ressort vertical fixé à l'origine O d'un axe Oz vertical ascendant.

$$z(t) = -\frac{mg}{k} - l_0 + (z_0 + \frac{mg}{k} + l_0)\cos\omega t + \frac{\dot{z}_0}{\omega}\sin\omega t$$

6 Frottements

6.1 Introduction

En mécanique, nous aurons un point de vue macroscopique et phéno- ménologique sur les phénomènes de frottements. Autrement dit, nous ne nous intéresserons pas à l'aspect microscopique des frottements.

6.2 Frottements fluides proportionnels à la vitesse

Une particule ponctuelle de masse m est lachée sans vitesse initiale dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ ainsi que dans un liquide exerçant une force de frottements $-\lambda\vec{v}$.

1. Faire un schéma.
2. Donner l'équation différentielle régissant le mouvement.
   En posant
   $$\boxed{\tau = \frac{m}{\lambda}}$$
   et
   $$\boxed{\vec{v}_{\infty} = \tau\vec{g}}$$
   on obtient l'équation canonique
   $$\tau\dot{\vec{v}} + \vec{v} = \vec{v}_{\infty}$$
3. Résoudre par projection sur un système d'axes convenablement choisi.
   $$\vec{v}(t) = \vec{v}_{\infty}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$
4. Déterminer enfin le vecteur position à chaque instant pour une particule lachée à l'origine du repère.
   $$\overrightarrow{OM}(t) = \tau(t - \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}))\vec{g}$$

M4: THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

1 Définitions

1.1 Energie cinétique

Soit une particule P de masse m et de vitesse $\vec{v}(P/\mathcal{R})$ définie dans un référentiel $\mathcal{R}$ quelconque (pas nécessairement galiléen), l'énergie cinétique de la particule P dans $\mathcal{R}$ vaut

$$Ec(P/\mathcal{R}) = \frac{1}{2}m\vec{v}^2(P/\mathcal{R})$$

- L'énergie cinétique est une grandeur scalaire dépendante du référentiel.

1.2 Travail infinitésimal

Le travail infinitésimal δW de la force $\vec{f}$ s'appliquant sur un point P se déplaçant de $d\overrightarrow{OP}$ vaut par définition

$$\delta W = \vec{f}.d\overrightarrow{OP}$$

- Le travail infinitésimal est une grandeur scalaire infiniment petite.
- Il est nul si la force est perpendiculaire au déplacement, positif si on "pousse" et négatif si on "retient". Faire un schéma pour illustrer cette remarque.

1.3 Travail intégral

Le travail intégral W de la force $\vec{f}$ sur la particule P lors de son déplacement du point A au point B le long de la courbe $\mathcal{C}$ s'écrit

$$W = \int_A^B \delta W = \int_A^B \vec{f}.d\overrightarrow{OP}$$

- Faire une illustration.
- Exprimer le travail W de la force de pesanteur lors du déplacement d'une particule P de l'altitude z_A à l'altitude z_B.

1.4 Variation d'énergie cinétique infinitésimale

Soit une particule P de masse m animée à l'instant t d'une vitesse $\vec{v}$, alors la variation infinitésimale de son énergie cinétique vaut

$$dEc(t) = Ec(t+dt) - Ec(t)$$

$$dEc(t) = \frac{1}{2}m\vec{v}^2(t+dt) - \frac{1}{2}m\vec{v}^2(t)$$

1.5 Variation d'énergie cinétique intégrale

Entre deux positions A et B de la particule P correspondants aux instants t_A et t_B, on a alors

$$\Delta Ec = Ec(B) - Ec(A) = [Ec(t)]_{t_A}^{t_B} = \int_{t_A}^{t_B} dEc(t)$$

2 Théorème de l'énergie cinétique

2.1 Enoncé

Soit une particule P de masse m et de vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel <u>galiléen</u> $\mathcal{R}$, soumise à la force $\vec{f}_{\to P}$. Alors

$$dEc(P/\mathcal{R}) = \delta W(\vec{f}_{\to P})$$

soit

$$d(\frac{1}{2}m\vec{v}^2(P/\mathcal{R})) = \vec{f}_{\to P}.d\overrightarrow{OP}$$

2.2 Démonstration

2.3 Interprétation

L'énergie cinétique d'une particule va augmenter ($dEc > 0$) si on pousse dans le sens du déplacement ($\vec{f}.d\overrightarrow{OP} > 0$). Sinon, elle diminue. Si la force est perpendiculaire au déplacement ($\vec{f} \perp d\overrightarrow{OP}$), l'énergie cinétique se conserve ($dEc = 0$) et la norme de la vitesse reste constante mais sa direction peut varier.

2.4 Expression intégrale

$$dEc = \delta W$$

$$\int_A^B dEc = \int_A^B \delta W$$

soit

$$Ec(B) - Ec(A) = \int_A^B \vec{f}.d\overrightarrow{OP}$$

3 Théorème de la puissance cinétique

3.1 Rappel

Les concepts de puissance et de travail ont déjà été introduits en électrocinétique. Il est fondamental de distinguer entre travail et puissance. Un élève "puissant" n'est pas la même chose qu'un élève "travailleur". On retiendra donc l'équation suivante

$$Puissance = \frac{Travail}{Temps}$$

Soit pour ce qui nous concerne

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{dt}$$

Le TPC (théorème de la puissance cinétique) ne dit rien de neuf par rapport au TEC (théorème de l'énegie cinétique). Il dit la même chose mais sous une forme différente. Disons que le TPC est au TEC ce que la dérivée est aux variations infinitésimales. On ne confond pas les deux!

3.2 Définition

On appelle puissance de la force $\vec{f}$ s'exerçant sur une particule P animée d'une vitesse $\vec{v}$ la grandeur

$$\mathcal{P} = \vec{f}.\vec{v}$$

3.3 Théorème

Dans un référentiel galiléen et pour une particule P de masse m, animée d'une vitesse $\vec{v}$ et soumise à la force $\vec{f}$,

$$\frac{dEc}{dt} = \mathcal{P}$$

3.4 Démonstration

3.5 Remarque

Le TEC est démontré à partir du TRC. Là encore, on note donc que le TEC n'apporte rien de fondamentalement neuf par rapport au TRC (c'est une conséquence du TRC). Ceci dit, le TRC manipule des grandeurs vectorielles alors que le TEC manipule des grandeurs scalaires! Aussi, chaque fois que la question portera sur une grandeur scalaire, il pourra être judicieux (c'est le moins que l'on puisse dire dans certains cas!) d'utiliser un TEC bien plus simple à manipuler qu'un TRC un peu "encombrant". Attention cependant, la perte d'information inévitable lors du passage TRC→TEC doit être présente à l'esprit de chacun car un examinateur un peu malin pourrait bien vous demander une information "scalaire" que vous allez perdre lors du passage TRC→TEC et qu'il sera alors vain de chercher dans un TEC. Dans ce cas, il est indispensable de remonter au TRC.